

PERANCANGAN EKSPERIMEN UNTUK MENEMUKAN PARAMETER TERBAIK ALGORITMA SIMULATED ANNEALING: STUDI KASUS VEHICLE ROUTING PROBLEM

Ratih Windu Arini¹⁾, Bachtiar Herdianto²⁾, Muhammad Harist Refian
Anwar³⁾, Ade Yanyan Ramdhani⁴⁾, Safira Khanza³⁾, I Anna Tul Munikhah⁴⁾

¹⁾Teknik Logistik Institut Teknologi Telkom Purwokerto
Jl. DI Panjaitan No.128, Karangreja, Purwokerto Kidul, Kec. Purwokerto Sel., Kabupaten
Banyumas, Jawa Tengah 53147

²⁾Computer Science Department IMT Atlantique
IMT Atlantique, Lab-STICC, UMR CNRS 6285, Brest, France

³⁾Teknik Industri Universitas Indonesia
Pondok Cina, Kecamatan Beji, Kota Depok, Jawa Barat 16424

⁴⁾Teknik Industri Institut Teknologi Telkom Purwokerto
Jl. DI Panjaitan No.128, Karangreja, Purwokerto Kidul, Kec. Purwokerto Sel., Kabupaten
Banyumas, Jawa Tengah 53147

e-mail: ratih@ittelkom-pwt.ac.id¹⁾, bachtiar.herdianto@imt-atlantique.fr²⁾, sa-
firakhanza.sk@gmail.com³⁾, ade@ittelkom-pwt.ac.id⁴⁾, anna@ittelkom-pwt.ac.id⁴⁾

ABSTRAK

Penelitian ini menentukan solusi VRP (Vehicle Routing Problem) yang sering muncul dalam dunia industri dengan menggunakan SA (Simulated Annealing). Trial and error pada setiap pengaturan parameter harus dilakukan untuk pencarian solusi optimal walaupun membutuhkan waktu lebih lama. Design of Experiment (DoE) tampaknya mengurangi waktu yang dibutuhkan untuk menentukan solusi optimal dengan mengidentifikasi faktor-faktor penting serta interaksi apa pun yang mungkin ada di antara faktor-faktor tersebut. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menguji solusi terbaik dalam VRP yang diselesaikan oleh SA menggunakan desain statistik pendekatan eksperimental (DoE). Selanjutnya menggunakan 2^3 desain faktorial digunakan untuk mengidentifikasi 3 faktor pengaturan parameter SA dan pengaturan dua level. Faktor-faktor tersebut adalah metode swap, iterasi dan suhu maksimum serta pengaturan level tinggi dan rendah. Solusi optimal dari respon untuk swap dan iterasi maksimal berada pada level rendah dan faktor suhu berada pada level tinggi.

Kata Kunci: Vehicle Routing Problem (VRP), Simulated Annealing (SA), Design of Experiment (DoE), 2^3 desain faktorial

ABSTRACT

This paper defines a solution of (Vehicle Routing Problem) VRP that often appears in the industry using SA (Simulated Annealing). Regarding finding the optimum solution, we must do trial and error of each parameters setting which takes more time. Design of Experiment (DoE) appears to reduce time needed to determine the optimum solution by identifying important factors as well as any interactions that may exist between factors. The objective of this paper is to examine the best solution in VRP solved by SA using statistical design of experiment approach. 2^3 factorial design is used to identify the 3 factors of parameters setting of SA and two levels setting. The factors are swap method, maximum iteration and temperature and the level setting are high and low. The optimum solution of response for swap and max iteration are at low level and temperature factor is at high level.

Keywords: Vehicle Routing Problem (VRP); Simulated Annealing (SA); Design of Experiment (DoE); 2^3 factorial design.

I. PENDAHULUAN

Dalam suatu industri, distribusi barang merupakan salah satu fungsi utama dari sistem logistik yang melibatkan aliran produk dari pabrik atau gudang distribusi ke konsumen dengan menggunakan kendaraan melalui jaringan transportasi. Permasalahan utama yang terkadang muncul dalam proses pendistribusian barang adalah rute pengiriman yang belum optimal sehingga menyebabkan tingginya biaya yang harus dikeluarkan dalam proses pengiriman, permasalahan ini dikenal dengan *Vehicle Routing Problem* (VRP) atau permasalahan rute kendaraan. Berdasarkan (Dantzig, G., dan Ramser, 1959), VRP merupakan masalah kombinasi optimasi dimana konsumen dilayani oleh sejumlah kendaraan melalui jaringan rute distribusi. Tujuan VRP adalah untuk mendistribusikan barang atau produk melalui jaringan rute tertentu dari titik awal ke beberapa titik tujuan (*node*) untuk menghasilkan biaya seminimal mungkin (Cordeau, J. F., Laporte, G., Savelsbergh, M. W., & Vigo, 2007).

Salah satu metode yang dapat digunakan dalam menyelesaikan *Vehicle Routing Problem* (VRP) adalah algoritma *Simulated Annealing* (SA). *Simulated Annealing* adalah algoritma meta-heuristik berbasis probabilitas statistik yang dapat digunakan sebagai metode atau pendekatan pencarian yang menghasilkan solusi yang dapat diterima yang memberikan solusi optimal global dari suatu masalah (Gendreau, M. dan Potvin, 2019).

(Gendreau, M. dan Potvin, 2019) juga berpendapat bahwa Algoritma *Simulated Annealing* termasuk dalam algoritma berbasis solusi tunggal yang secara iteratif mengeksplorasi solusi dengan nilai objektif yang lebih baik. Dalam penggunaan algoritma *Simulated Annealing* dalam upaya mencari solusi optimal dari permasalahan VRP, terdapat beberapa pengaturan parameter yang dapat mempengaruhi keluaran dari algoritma ini antara lain *Swap*, *Max Iteration*, dan *Temperature Range*. Penelitian ini akan merancang desain eksperimen statistik dengan menggunakan desain faktorial 2^k dengan masing-masing faktor memiliki 2 level eksperimen untuk menentukan *setting* parameter terbaik dalam menyelesaikan masalah VRP.

Pada penelitian ini, studi literatur selanjutnya dijelaskan pada bagian II. Faktor, tingkat faktor dan rincian eksperimen dan metodologi penelitian dijelaskan pada bagian III. Hasil dan analisis percobaan disajikan pada bagian IV dan dilanjutkan dengan kesimpulan yang dikemukakan pada bagian V.

II. STUDI LITERATUR

Vehicle Routing Problem (VRP) berkaitan dengan optimasi penugasan dan urutan layanan dari sekumpulan pelanggan ke armada kendaraan yang merupakan salah satu masalah kombinasi optimasi yang paling banyak dipelajari dalam literatur riset operasi. Kendala paling umum yang ditetapkan untuk mendapatkan rute optimal VRP adalah setiap kendaraan tidak boleh melebihi kapasitas kendaraan saat mengunjungi pelanggan (Cordeau, J. F., Laporte, G., Savelsbergh, M. W., & Vigo, 2007).

VRP dikenal sebagai masalah NP-Hard, yang menunjukkan kelas masalah yang dihadapi merupakan masalah paling tidak sesulit dan kompleks dari masalah NP-complete, di mana *exact algorithm* tidak dapat digunakan untuk menyelesaikannya. Namun, dalam banyak masalah industri, VRP sering digunakan secara luas untuk mendapatkan solusi yang paling optimal (Braekers, Kris, Ramaekers, Katrien, & Nieuwenhuysse, 2015). Tujuan VRP adalah untuk dapat menemukan rute optimal dari beberapa kendaraan yang mengunjungi satu set lokasi, di mana setiap lokasi (disebut sebagai pelanggan) memiliki permintaannya sendiri. Rute optimal ditentukan berdasarkan rute dengan total jarak terkecil. Rute kendaraan mulai dari depot, semua kendaraan ditugaskan untuk mengunjungi semua pelanggan, kemudian rute tujuan akhir juga kembali depot (Lahyani, Rahma., Khemakhem, Mahdi., & Semet, 2015). Seperti yang dikatakan sebelumnya, VRP secara praktis tidak dapat diselesaikan dengan algoritma eksak, sehingga saat ini, semacam algoritma metaheuristik digunakan untuk menyelesaikan masalah VRP.

```
swap2  
return
```

Gambar 1. Pseudocode metode *swap2* (random A dan random B sebagai input)

```
swap3  
return
```

Gambar 2. Pseudocode metode *swap3* (random A dan random B sebagai input)

```
Simulated Annealing  
Generate  
For do  
If then  
else  
if then  
else  
End If  
End If  
End For
```

Gambar 3. Pseudocode of *simulated annealing* (metode *swap* sebagai input)

Simulated Annealing (SA) adalah sejenis algoritma metaheuristik yang juga merupakan salah satu varian dari algoritma Metropolis, di mana temperatur berubah dari tinggi ke rendah, secara logaritmik (Kirkpatrick, S., Gelatt Jr., C. D., & Vecchi, 1983). SA menangani masalah kompleks yang merupakan sejenis algoritma metaheuristik yang mampu menemukan solusi optimal dengan mengganti langkah pengambilan sampel acak dengan strategi pemilihan probabilistik. Dalam banyak kasus, fungsi tujuan SA adalah untuk menemukan jumlah terkecil dari total biaya (Kirkpatrick, S., Gelatt Jr., C. D., & Vecchi, 1983). Pada algoritma SA, khususnya ketika diterapkan untuk memecahkan masalah optimasi diskrit, seperti *Traveling Salesman Problem* (TSP) atau *Vehicle Routing Problem*, setiap langkah iterasi menempati algoritma pertukaran lingkungan untuk membuat solusi dengan menemukan lingkungan yang jauh dari solusi yang ada saat ini dan berpindah ke solusi yang lama ke yang baru jika dan hanya jika ada perbaikan. Dengan kata lain, SA memiliki kemampuan yang kuat untuk menemukan solusi yang mungkin. SA mengambil solusi baru jika terbukti meningkatkan solusi saat ini dari fungsi tujuan; namun, ia juga menerima solusi yang lebih buruk secara probabilistik mengikuti distribusi eksponensial negatif yang dikendalikan oleh parameter suhu. Jadi, penting untuk memiliki pengaturan parameter yang optimal untuk mendapatkan probabilitas yang lebih baik dari solusi penerimaan serta solusi rentang luas yang diacak (Locatelli, 2000).

Berdasarkan berbagai penelitian sebelumnya, banyak peneliti menemukan bahwa SA mampu mendapatkan solusi optimal yang hampir global, namun sebagian besar terjebak dalam solusi optima lokal. Kemampuan untuk melihat solusi perbaikan akan semakin baik pada iterasi sebelumnya, sayangnya pada iterasi berikutnya akan menurun secara bertahap, bahkan tidak mengalami perbaikan hingga mencapai iterasi terminasi. Jadi, berdasarkan masalah tersebut, penting untuk memiliki pengaturan parameter yang optimal untuk mendapatkan masalah tersebut (Chan, K.Y., Kwong, C.K. dan Luo, 2009).

Nilai optimal untuk parameter sangat bergantung pada masalah. Agar suatu penelitian dapat direplikasi, diperlukan prosedur standar sebagai metodologi. Metodologi pada

penelitian ini menggunakan pengaturan parameter untuk metaheuristik berdasarkan Design of Experiment (DoE). Desain faktorial 2^k adalah metode desain yang paling umum digunakan di DoE. Metode ini digunakan untuk mengidentifikasi faktor-faktor penting serta interaksi apa pun yang mungkin ada di antara faktor-faktor, di mana setiap faktor memiliki sepasang level yang disebut "rendah" dan "tinggi" (Montgomery, 2013). Metode ini disebut percobaan acak lengkap di mana perlakuan diberikan secara acak lengkap sehingga setiap satuan percobaan mempunyai peluang yang sama untuk menerima satu perlakuan. Dalam penelitian ini, pengaruh suatu faktor ditunjukkan oleh huruf latin kapital. Sehingga "A" menunjukkan efek faktor A, "B" menunjukkan efek faktor B, dan "AB" menunjukkan interaksi faktor A dan B. Dalam desain 2^k , level rendah dan tinggi A dan B masing-masing diwakili oleh "-" dan "+", pada sumbu A dan B. Dalam metode ini, efek rata-rata suatu faktor dapat dinyatakan sebagai perubahan dalam respons yang dihasilkan oleh perubahan tingkat faktor yang dirata-ratakan di atas tingkat faktor lainnya (Montgomery, 2013). Simbol (1), a, b, dan ab merupakan penjumlahan dari respon pengamatan pada semua n replikasi yang diambil pada kombinasi perlakuan. Dalam penerapan desain 2^k juga perlu diperhatikan derajat dan arah dari faktor (Montgomery, 2013).

Penting untuk mengatur variabel mana yang diharapkan memiliki pengaruh signifikan sehingga analisis varians data sampel dapat digunakan untuk menyelesaikan interpretasi ini, serta uji-t sebagai pengujian hipotesis. Derajat dan arah efek harus diukur bersama dengan ANOVA, karena ANOVA sendiri tidak memberikan informasi tersebut ketika digunakan untuk menginterpretasikan data.

Terdapat beberapa paket perangkat lunak statistik canggih yang berguna untuk menyiapkan dan menganalisis desain 2^k . Ada juga metode hemat waktu khusus untuk melakukan perhitungan secara manual (Montgomery, 2013).

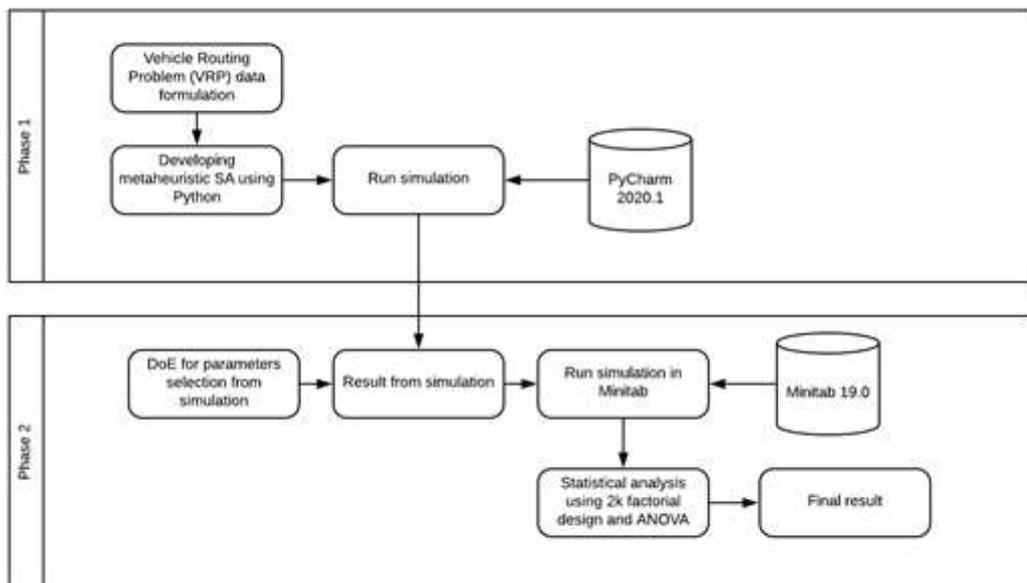
III. METODOLOGI PENELITIAN

VRP dapat diselesaikan dengan menggunakan algoritma *Simulated Annealing* berdasarkan bahasa pemrograman Python 3.8. Program tersebut kemudian dijalankan pada aplikasi IDE (*Integrated Development Environment*) bernama PyCharm 2020.1 Community Edition. Program ini dijalankan pada komputer dengan spesifikasi prosesor AMD A12-9720P RADEON R7 (CPU Clock Speed 3.2 GHz), dan memori RAM DDR4 12 GB. *Pseudocode* yang digunakan pada algoritma SA dapat dilihat pada Gambar 1 – Gambar 3 di bawah ini. Karena *Simulated Annealing* merupakan algoritma metaheuristik, maka hasil akhir yang diberikan akan berbeda-beda, meskipun pengaturan parameternya mungkin sama.

Pengolahan data dilanjutkan dengan menggunakan salah satu metode dalam *Design of Experiments* (DoE), yaitu desain faktorial 2^k . Dilengkapi dengan bantuan *Analysis of Variance* (ANOVA), desain faktorial 2^k mampu memberikan hasil akhir berupa interaksi antar faktor yang diberikan, analisis data grafis, hingga pengaturan level terbaik untuk setiap faktor dalam mendapatkan hasil akhir yang optimal. Dalam melakukan pengolahan data melalui DoE, Minitab digunakan untuk mendapatkan hasil yang lebih cepat dan detail, serta mengurangi kesalahan perhitungan manual. Proses perhitungan yang dilakukan ditunjukkan pada Gambar 4.

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Aplikasi rancangan eksperimen digunakan untuk menentukan parameter dalam SA untuk menyelesaikan masalah VRP. Program dijalankan 30 kali dengan menggunakan *swap*, *max-iteration* dan temperatur. Rancangan faktorial digunakan dengan melibatkan beberapa faktor kemudian menguji respon masing-masing faktor satu sama lain untuk menentukan jumlah yang tepat dari setiap parameter.

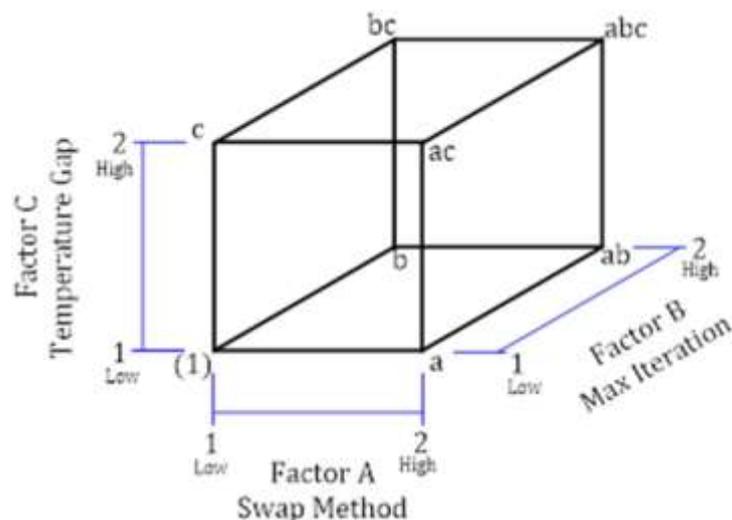


Gambar 4. Flow diagram proses perhitungan masalah

Parameter tersebut kemudian dapat digunakan untuk mengoptimalkan *output* SA dalam menyelesaikan masalah VRP. Tujuan dari penelitian ini adalah (i) untuk menentukan parameter optimum parameter *setting* (faktor) karena dalam metode metaheuristik selalu memiliki *output* yang berbeda untuk setiap *running* dengan jumlah yang sama dari setiap pengaturan parameter (ii) untuk menentukan hubungan antara masing-masing faktor terhadap solusi optimal yang memiliki hubungan kuat atau lemah dan (iii) menguji level mana dari masing-masing faktor yang berpengaruh signifikan terhadap pengaturan parameter. Hipotesis penelitian ini didefinisikan di bawah ini.

H0: Tidak ada perbedaan signifikan antara masing-masing faktor

H1: Ada perbedaan signifikan antara masing-masing faktor



Gambar 5. Desain faktorial 2³ pendekatan SA untuk solusi VRP

Percobaan digambarkan dalam bentuk kubus yang ditunjukkan oleh Gambar 5. Terdapat tiga faktor yang terlibat dalam percobaan yang dijelaskan oleh huruf A, B, dan C. Angka 1 untuk setiap faktor menggambarkan tingkat “rendah” dan angka 2 untuk faktor

tingkat “tinggi”. Faktor A menjelaskan metode *swap*, tingkat level tinggi adalah metode *swap3* dan tingkat level rendah adalah metode *swap2*. Faktor B menggambarkan iterasi maksimum yang digunakan dan pengaturan level tinggi adalah 5000 dan level rendah adalah 1000 kali iterasi. Faktor C menggambarkan rentang suhu, level tinggi dengan suhu 0 – 10 adalah dan level rendah adalah 0 – 5.

Respon dari percobaan optimasi pada penelitian ini dijelaskan oleh Tabel 1. Percobaan dilakukan dengan menggunakan masing-masing level parameter sebanyak 30 kali ulangan. Dataset simulasi yang digunakan untuk percobaan algoritma Simulated Annealing adalah dataset VRP dengan 1 depot dan 100 konsumen, yang dapat dilihat di data.mendeley.com/datasets/3fwc3twwn6/1.

Tabel 1. Rancangan *matrix*

Run	Factor		
	(A)	(B)	(C)
1	1	1	1
2	1	1	2
3	1	2	1
4	1	2	2
5	2	1	1
6	2	1	2
7	2	2	1
8	2	2	2

Design of Experiment digunakan untuk mengkaji dan menganalisis efek dan interaksi yang terjadi dari parameter *setting* untuk menemukan jumlah parameter *setting* terbaik untuk mengoptimalkan algoritma. Penelitian ini menggunakan 3 faktor, 2 level dan 30 perulangan dalam merancang desain faktorial DoE. Tabel 2 memberikan informasi rinci tentang faktor dan tingkatan penelitian ini.

Tabel 2. Informasi faktor

Factor	Levels Values
Swap Method	2 1; 2
Max Iteration	2 1; 2
Temperature	2 1; 2

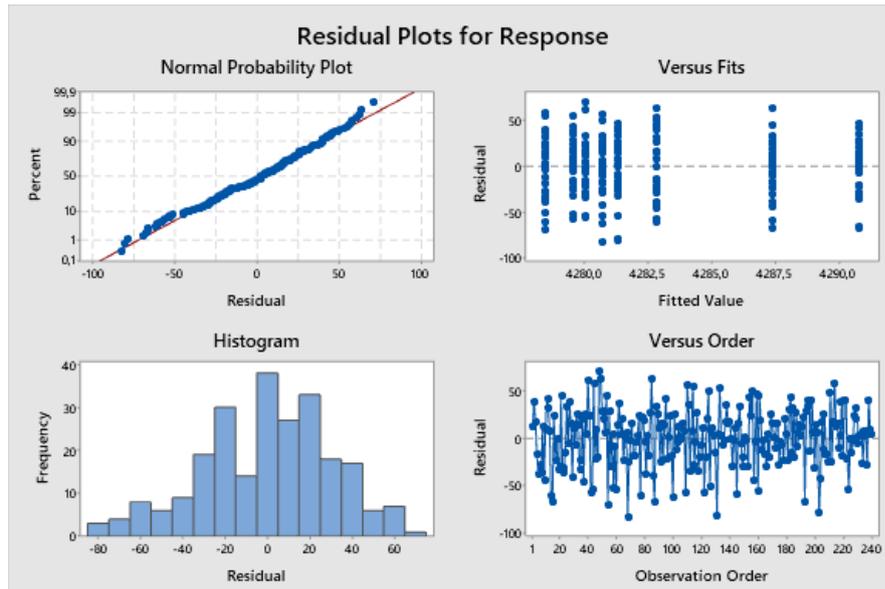
Analisis varians (ANOVA) digunakan untuk mencegah bias dalam merancang eksperimen dan untuk memahami tingkat signifikan faktor dalam menjalankan algoritma *Simulated Annealing* (Snowdon, Michael & Abdelwahab, Mohamed & Mohanty, Amar & Misra, 2020). Dalam penelitian ini hipotesis nol (H0) dari percobaan ini adalah tidak ada perbedaan yang signifikan antara ketiga faktor utama dan hipotesis alternatif (H1) adalah terdapat perbedaan yang signifikan antara ketiga faktor utama untuk mengoptimalkan SA dalam menyelesaikan masalah VRP.

Tabel 3. Analysis of variance (ANOVA)

Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Model	7	3877	553,88	0,56	0,791
Linear	3	2226	742,16	0,75	0,526
Swap	1	38	37,95	0,04	0,845
Max Iterasi	1	83	82,77	0,08	0,773
Temperature	1	2106	2105,76	2,12	0,147
2-Way Interactions	3	951	316,98	0,32	0,812
Swap*Max Iterasi	1	780	780,02	0,78	0,377
Swap*Temperature	1	168	167,79	0,17	0,682
Max	1	3	3,11	0,00	0,955
Iterasi*Temperature					
3-Way Interactions	1	700	699,75	0,70	0,403
Swap*Max	1	700	699,75	0,70	0,403
Iterasi*Temperature					
Error	232	230878	995,16		
Total	239	234755			

Berdasarkan tabel ANOVA pada Tabel 3 dapat diketahui bahwa semua pengaruh utama dan faktor interaksi tidak signifikan karena memiliki *P-value* lebih dari 0,005 atau 5% sehingga hipotesis ditolak (Snowdon et al., 2020). Hipotesis ditolak berarti tidak ada perbedaan yang signifikan antara ketiga faktor utama untuk mengoptimalkan SA dalam menyelesaikan masalah VRP. Penolakan hipotesis ditunjukkan dengan *residual plot of response*.

Grafik plot residual untuk respon yang ditunjukkan pada Gambar 6 adalah plot probabilitas normal, histogram, *versus fits* dan *versus order*. Plot probabilitas normal dan grafik histogram digunakan untuk menunjukkan hasil penilaian probabilitas normal dari data. Berdasarkan hasil grafik histogram menunjukkan bahwa distribusi data hasil percobaan adalah normal. Plot probabilitas normal menunjukkan normalitas data, grafik hasil percobaan menunjukkan bahwa data normal karena plot berkumpul lebih dekat ke garis diagonal. Data yang memiliki normalitas berarti bahwa eksperimen dilakukan secara acak, maka data tersebut dapat diandalkan. Grafik residual dari Versus fit dan Versus order (yang direpresentasikan pada Gambar 6. bagian (c) dan (d)) menunjukkan bahwa percobaan dalam penelitian ini telah dilakukan dan didistribusikan secara acak (support.minitab.com, 2019).



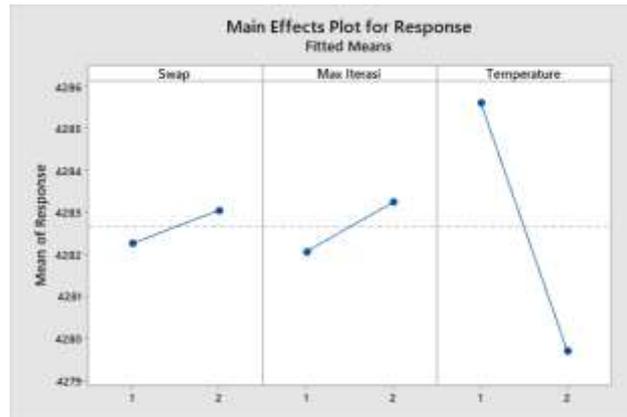
Gambar 6. Residual plot response: (a)Normal probability plot, (b)Histogram, (c)Versus fits (d)Versus order

Grafik pada Gambar 6 menunjukkan plot-plot pada grafik telah terdistribusi secara acak dan tidak membentuk pola apapun, maka dapat disimpulkan bahwa residualnya bersifat acak dan tidak bergantung satu sama lain. Berdasarkan *main effects plot for response* pada Gambar 7 menunjukkan dan memvalidasi efek signifikan dari setiap faktor pada optimasi SA yang berjalan. Ketiga faktor utama tersebut memiliki arah hasil yang sama dengan bobot yang berbeda. Jumlah respons meningkat dengan meningkatnya tiga faktor utama.

Faktor signifikan adalah swap dan iterasi maksimum karena memiliki jumlah increment yang paling rendah dibandingkan dengan faktor lainnya. Faktor temperatur memiliki hubungan yang paling signifikan diantara yang lain tetapi memiliki garis yang berlawanan dimana respon minimum terjadi pada level yang tinggi. Hasil optimum ditentukan oleh respon terendah karena tujuan dari penyelesaian VRP adalah untuk menemukan rute terpendek, kemudian fungsi tujuannya adalah untuk meminimalkan.

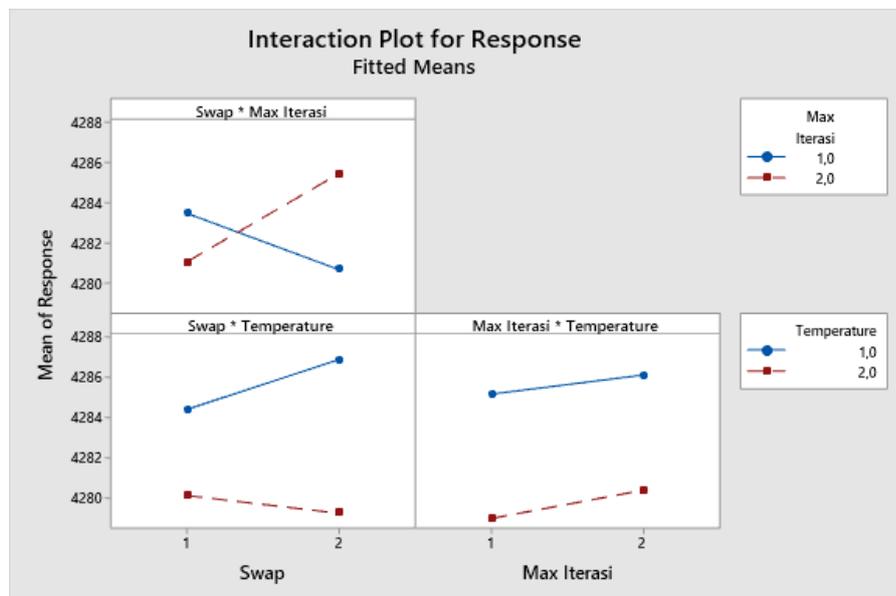
Tabel 4. Hasil Percobaan

Run	Replication									
	Rep. 1	Rep. 2	Rep. 3	Rep. 4	Rep. 5	Rep. 6	Rep. 7	Rep. 8	Rep. 9	Rep. 10
(1)	4299.5382	4242.7871	4264.0573	4320.2808	4301.0190	4310.5954	4351.1773	4292.3191	4263.8482	4268.5933
(2)	4318.0571	4289.4954	4279.6662	4273.7434	4247.2416	4222.1458	4308.5081	4226.9787	4278.4458	4276.4693
(3)	4298.9545	4322.8402	4248.5651	4320.2877	4257.2426	4227.4845	4301.7126	4271.9510	4287.9373	4283.7007
(4)	4263.8638	4313.3909	4251.2533	4296.9842	4302.0064	4338.0570	4286.4508	4226.5932	4197.5970	4303.8902
(5)	4244.6874	4290.3476	4327.4483	4241.1677	4237.5250	4261.5814	4328.4145	4297.7803	4257.7889	4221.3093
(6)	4250.7677	4217.7704	4241.6991	4289.5246	4303.1897	4287.9283	4208.5025	4315.7471	4276.6107	4300.9495
(7)	4255.2930	4223.2595	4259.4261	4283.9267	4294.5423	4270.3844	4319.6320	4295.7089	4306.0975	4310.6360
(8)	4292.9477	4303.2723	4264.4896	4306.0117	4341.6001	4351.6532	4250.8338	4301.2775	4260.8516	4276.9407
	Rep. 11	Rep. 12	Rep. 13	Rep. 14	Rep. 15	Rep. 16	Rep. 17	Rep. 18	Rep. 19	Rep. 20
(1)	4249.1836	4312.9264	4289.3137	4287.8163	4295.7752	4298.1353	4289.5068	4305.3913	4228.5635	4257.4740
(2)	4282.7733	4289.7565	4302.7653	4279.8093	4335.0752	4222.7887	4264.1660	4314.7163	4295.3422	4322.6058
(3)	4263.5444	4256.6971	4262.8545	4297.9115	4253.6683	4261.7648	4199.8310	4297.2038	4314.8901	4305.6230
(4)	4307.2079	4296.5787	4218.5096	4287.6958	4277.5319	4300.8779	4285.7160	4298.2155	4275.8550	4330.9626
(5)	4346.2650	4260.2518	4309.0846	4224.9568	4309.7945	4332.8374	4335.9357	4281.9542	4253.6776	4238.0779
(6)	4238.9935	4293.1966	4266.7735	4334.6268	4244.3849	4227.1848	4280.4200	4249.0562	4258.9501	4275.0990
(7)	4224.1256	4332.5874	4286.5406	4325.8388	4270.5398	4300.0393	4283.9701	4289.2082	4292.5925	4337.2243
(8)	4313.5936	4258.7890	4293.2925	4245.6063	4272.3226	4291.5711	4277.2113	4290.8949	4278.4193	4223.9033
	Rep. 21	Rep. 22	Rep. 23	Rep. 24	Rep. 25	Rep. 26	Rep. 27	Rep. 28	Rep. 29	Rep. 30
(1)	4332.0714	4313.5923	4281.0182	4319.7854	4220.4146	4300.7694	4270.5338	4277.6001	4286.2450	4291.9072
(2)	4297.9999	4294.6173	4255.6206	4260.0938	4307.5422	4285.5442	4254.2835	4281.5536	4264.0119	4253.5817
(3)	4269.7233	4282.7028	4301.5383	4307.7369	4321.6310	4201.9944	4328.8783	4320.7045	4280.9751	4289.4743
(4)	4279.0094	4269.9323	4284.3448	4271.9425	4314.3074	4237.9242	4255.9691	4261.8720	4304.2707	4282.9408
(5)	4266.1078	4298.1910	4259.0884	4297.7269	4270.0371	4299.9276	4300.2768	4323.1642	4314.8953	4255.3464
(6)	4249.0834	4294.2431	4309.5660	4281.4508	4318.6846	4266.9291	4336.7209	4318.4877	4298.4358	4318.3952
(7)	4295.0411	4262.8394	4333.6313	4302.6872	4296.0520	4315.7664	4302.8455	4268.8456	4285.5404	4299.8484
(8)	4259.9458	4276.6259	4264.8130	4302.5984	4248.3003	4263.5060	4296.1771	4226.4045	4282.5148	4284.7896



Gambar 7. Main effects plot for response

Solusi optimal dari respon untuk swap dan iterasi maksimal berada pada level rendah dan faktor suhu berada pada level tinggi. Peningkatan level faktor akan mengakibatkan peningkatan respon swap dan iterasi maksimal dan peningkatan faktor temperatur mengakibatkan penurunan respon.



Gambar 8. Interaction plot for response: (a) Swap and Max iteration (b) Swap and Temperature iteration (c) Matrix iteration and temperature

Meskipun hipotesis ditolak, DOE memberikan interaksi masing-masing faktor. Menurut teori DOE, perbedaan atau perpotongan antara dua lereng respon dilakukan untuk menguji interaksi antara faktor-faktor tersebut. Interaksi lebih kuat karena kesenjangan yang lebih tinggi. Interaksi antara swap dan faktor iterasi maksimum menunjukkan hubungan negatif yang kuat pada level tinggi dalam menjalankan desain faktorial ini, meskipun hubungan pada level rendah lebih lemah daripada pada level tinggi.

Interaksi yang kuat ditentukan oleh faktor swap dan temperatur pada level rendah kemudian menjadi lebih kuat saat kita menaikkan level. Interaksi antara iterasi maks dan suhu memiliki interaksi yang kuat di awal dan terus menerus memiliki hubungan yang kuat sebagai celah yang lebih tinggi tetapi tidak setinggi respons pada level rendah dan akan ada persimpangan jika kita menarik garis lurus.

V. KESIMPULAN

Penelitian ini memberikan pengetahuan baru tentang literatur pemecahan masalah VRP melalui algoritma metaheuristik secara umum. Kombinasi *Simulated Annealing* (SA) dan *Design of Experiments* (DoE) mampu memberikan petunjuk tentang parameter yang sangat mempengaruhi suatu masalah metaheuristik. Dengan bantuan desain faktorial 2^k dan ANOVA didapatkan bahwa untuk mendapatkan hasil yang optimal dari permasalahan VRP yang diberikan, faktor iterasi *Swap* dan *Max* harus berada pada level yang rendah, sedangkan faktor temperatur berada pada level yang tinggi. Selanjutnya, telah ditemukan bahwa Parameter SA terbaik untuk penelitian ini adalah; untuk metode Swap adalah metode swap2, untuk Iterasi Max adalah 1000, dan untuk Temperatur adalah 0 – 10. Meningkatkan tingkat faktor Swap dan Max iterasi akan meningkatkan waktu respons, sedangkan menaikkan faktor suhu akan menurunkan waktu respons.

Selain itu, dengan metode DoE ini, ditemukan adanya interaksi negatif yang kuat antara faktor iterasi Swap dan Max, meskipun hubungan di level rendah lebih lemah daripada di level tinggi. Beberapa hal yang menjadi sorotan terkait kontribusi penelitian ini adalah:

1. Penggunaan bahasa pemrograman Python dalam menjalankan algoritma *Simulated Annealing*
2. Kombinasi metode model matematika metaheuristik dengan metode statistik yaitu *Design of Experiment* dalam menyelesaikan masalah VRP.

Untuk menjawab keterbatasan yang dilakukan penelitian ini, maka penelitian dapat dikembangkan dengan menggunakan *Machine Learning* untuk menemukan solusi permasalahan metaheuristik dengan lebih cepat dan akurat di masa mendatang.

DAFTAR PUSTAKA

- Birim, Ş. (2016). Vehicle Routing Problem with Cross Docking: A Simulated Annealing Approach. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 235, 149–158. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2016.11.010>
- Braekers, Kris, Ramaekers, Katrien, & Nieuwenhuyse, K. (2015). The Vehicle Routing Problem: State of the Art Classification and Review. *Computers & Industrial Engineering*, 99. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2015.12.007>
- Chan, K. Y., Kwong, C. K. dan Luo, X. G. (2009). Improved orthogonal array based simulated annealing for design optimization. *Expert Systems with Applications*, 36(4), 7379–7389. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.eswa.2008.09.022>
- Cordeau, J. F., Laporte, G., Savelsbergh, M. W., & Vigo, D. (2007). Vehicle Routing. In *Handbook in Operations Research and Management Science* (pp. 367–428). Springer.
- Dantzig, G., dan Ramser, J. H. (1959). The Truck Dispatching Problem. *Management Science*, 6(1), 80–91. <http://www.jstor.org/stable/2627477?origin=JSTOR-pdf>
- Gendreau, M. dan Potvin, J.-Y. (2019). *Handbook of Metaheuristics 3rd Edition* (3rd ed.). Springer.
- Kirkpatrick, S., Gelatt Jr., C. D., & Vecchi, M. P. (1983). Optimization by Simulated Annealing. *Science*, 220, 671–680.
- Lahyani, Rahma., Khemakhem, Mahdi., & Semet, F. (2015). Rich vehicle routing problems: From a taxonomy to a definition. *European Journal of Operational Research*, 241(1), 1–14. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.07.048>
- Locatelli, M. (2000). Convergence of a Simulated Annealing Algorithm for Continuous Global Optimization. *Journal of Global Optimization*, 18, 219–233. <https://doi.org/https://doi.org/10.1023/A:1008339019740>
- Montgomery, D. C. (2013). *Design and Analysis of Experiments Eighth Edition*. John

Wiley & Sons, Inc.

Snowdon, Michael & Abdelwahab, Mohamed & Mohanty, Amar & Misra, M. (2020).
Mechanical Optimization of Virgin and Recycled Poly (ethylene terephthalate)
Biocomposites with Sustainable Biocarbon through a Factorial Design. *Results in
Materials*, 5(100060). <https://doi.org/10.1016/j.rinma.2020.100060>.

support.minitab.com. (2019). *Residual plots for Analyze Factorial Design*.
[https://support.minitab.com/en-us/minitab/18/help-and-how-to/modeling-
statistics/doe/how-to/factorial/analyze-factorial-design/interpret-the-results/all-
statistics-and-graphs/residual-plots/#residuals-versus-the-variables](https://support.minitab.com/en-us/minitab/18/help-and-how-to/modeling-statistics/doe/how-to/factorial/analyze-factorial-design/interpret-the-results/all-statistics-and-graphs/residual-plots/#residuals-versus-the-variables)