

PENGENDALIAN PERSEDIAAN PRODUK PUPUK DENGAN METODE *LAGRANGE MULTIPLIER* DI PT. XYZ

Nyimas Rihadatul Aisy¹⁾, Yustina Ngatilah²⁾

^{1,2}Program Studi Teknik Industri

Fakultas Teknik

Universitas Pembangunan Nasional Veteran Jawa Timur

e-mail: nyimas.aisy@gmail.com¹⁾, yustinangatilah@gmail.com²⁾

ABSTRAK

PT. XYZ merupakan perusahaan yang bergerak sebagai produsen pupuk dibawah naungan Pupuk Indonesia Holding Company, terletak di Kab. Gresik dengan volume produksi pupuk Phonska adalah 90.000 ton dan pupuk SP-36 sebanyak 69.094 ton dalam sebulan. Permasalahan yang dihadapi oleh perusahaan ini adalah produksi yang terus menerus secara berlebihan, namun pengelolaan persediaan kurang tepat sehingga menimbulkan adanya overstock. Kondisi ini juga didukung oleh permintaan yang tidak sebesar dengan produksi perusahaan pupuk ini. Peneliti mengusulkan penyelesaian masalah overstock persediaan dengan menggunakan metode Lagrange Multiplier, dimana metode ini merupakan metode multi produk (syarat $n > 1$) yang digunakan untuk mengoptimalkan persediaan produk jadi beserta kendala-kendala yang ada di gudang, untuk mengoptimalkan biaya persediaan. Hasil awal dengan metode perusahaan memiliki total gudang persediaan sebesar 197.724,80 m³ dimana hasil tersebut melebihi kapasitas gudang Phosfat I yaitu sebesar 29.280 m³, sehingga terjadi keadaan over stock pada gudang produk jadi, dengan total biaya persediaan tahunan sebesar Rp 5.097.075.039.980,81 dengan jumlah produksi perbulannya untuk pupuk phonska adalah 124.860,79 ton dan untuk pupuk SP-36 seberat 39.909,88 ton. Hasil perhitungan total cost dengan metode Lagrange Multiplier, total biaya persediaan baru yaitu sebesar Rp 1.859.947.107.031,85 dengan volume produksi optimal yaitu 5.937,5 ton untuk pupuk phonska dan 18.462,4 ton untuk SP-36. Hasil perhitungan tersebut menghasilkan total gudang persediaan terpakai sebesar 29.279 m³. Dengan penghematan metode Lagrange Multiplier untuk total biaya persediaan tahunan sebesar 63.5 % atau sebesar Rp 3.237.127.932.948,96.

Kata Kunci: Metode Lagrange Multiplier, Persediaan, Permalan.

ABSTRACT

PT. XYZ is a company engaged as a fertilizer producer under the auspices of Pupuk Indonesia Holding Company, located in Kab. Gresik with a production volume of Phonska fertilizer is 90,000 tons and SP-36 fertilizer is 69,094 tons a month. The problem faced by this company is the continuous excessive production, but the inventory management is not precise, causing an overstock. This condition is also supported by demand that is not as big as the production of this fertilizer company. The researcher proposes to solve the inventory overstock problem using the Lagrange Multiplier method, where this method is a multi-product method (terms $n > 1$) which is used to optimize the inventory of finished products along with the constraints in the warehouse, to optimize inventory costs. Initial results with the company method have a total warehouse inventory of 197,724.80 m³ where these results exceed the capacity of the Phosfat I warehouse, which is 29,280 m³, resulting in an over stock condition in the finished product warehouse, with a total annual inventory cost of Rp. 5,097,075,039,980. 81 with the amount of production per month for phonska fertilizer is 124,860.79 tons and for SP-36 fertilizer weighing 39,909.88 tons. The results of the calculation of the total cost using the Lagrange Multiplier method, the total cost of the new inventory is IDR 1,859,947,107,031.85 with an optimal production volume of 5,937.5 tons for phonska fertilizer and 18,462.4 tons for SP-36. The results of these calculations produce a total used warehouse inventory of 29,279 m³. With the Lagrange Multiplier method savings for the total annual inventory cost of 63.5% or Rp. 3,237,127,932,948.96.

Keyword : Lagrange Multiplier Method, Inventory, Forecasting.

I. PENDAHULUAN

PT. XYZ adalah bagian dari *holding* perusahaan *Pupuk Indonesia Holding Company*. PT. XYZ adalah produsen pupuk dan produk kimia terbesar di Indonesia yang memproduksi pupuk antara lain pupuk Phonska, pupuk Urea, pupuk SP-36 dan produk non pupuk seperti *petro hibrid*, *petro seed*, *petro fish* dan lain-lain. PT. XYZ melakukan penanganan pada produknya yaitu dengan cara membuat *stock* dan diletakkan pada gudang tertutup sebelum dilakukan proses distribusi produk sesuai permintaan yang masuk. Gudang Phosfat I atau yang sering disebut dengan gudang PF I ini merupakan gudang petrokimia yang menyimpan produk pupuk yang berasal dari Produksi PF I, dimana pabrik produksi PF I ini memproduksi pupuk Phonska, dan SP-36. Permasalahan yang sering dihadapi adalah dilakukannya proses produksi yang terus menerus dan pengelolaan persediaan yang kurang tepat karena belum dapat menentukan produksi optimal sehingga terjadi *overstock*. Kondisi ini dipengaruhi oleh tingkat produksi yang lebih besar daripada tingkat permintaan produk. Dengan rata-rata produksi tiap bulan untuk kedua produk yaitu 90.000 ton dan rata-rata permintaan per bulan 69.094 ton.

Berdasarkan permasalahan diatas, maka dilakukan penelitian untuk pengendalian persediaan produk pupuk Phonska dan SP-36 dengan metode *Lagrange Multiplier*, dimana metode ini merupakan metode multi produk (syarat $n > 1$) yang digunakan untuk mengoptimalkan persediaan produk jadi beserta kendala-kendala yang ada di gudang, untuk mengoptimalkan biaya persediaan. Kendala yang dihadapi adalah pembengkakan biaya persediaan yang diakibatkan karena terjadi penumpukan produk (*overstock*), dimana gudang penyimpanan produk di PF I ini tersedia dengan luas 12.446 m² dengan kapasitas muat produk dengan pallet 12.500 ton. Sedangkan diketahui jumlah stok akhir mencapai 19.341,625 ton untuk produk Phonska dan SP-36. Menurut Rivai dan Widodo (2019) pada penelitian yang berjudul "Pengendalian Persediaan Bahan Baku Kemasan Semen Dengan Metode Lagrange Multiplier (Studi Kasus: PT. X)" metode *Lagrange Multiplier* merupakan metode yang tepat digunakan untuk mengoptimalkan biaya persediaan. Metode ini diharapkan mampu membantu perusahaan dalam menjamin kebutuhan dan kelancaran kegiatan perusahaan. Penggunaan metode ini dalam hal penyediaan kuantitas produk yang tepat serta dapat dihasilkan biaya total persediaan menjadi minimum.

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Persediaan

Persediaan merupakan sejumlah bahan yang disimpan dengan tujuan untuk digunakan pada pemenuhan produk tertentu, contohnya pada penyimpanan untuk proses produksi, penyimpanan karena untuk dijual kembali, penyimpanan sparepart mesin atau alat produksi (Eunike, 2018). Produk yang dapat menjadi persediaan biasanya berupa produk jadi, bahan mentah, bahan pembantu, suku cadang dan bahan setengah jadi. Dengan kata lain proses produksi perusahaan tidak dapat berjalan tanpa persediaan walaupun dalam keadaan menganggur persediaan membuat alokasi biaya yang telah digunakan selama masa penyimpanan berlangsung biaya tersebut tidak bisa dialihkan untuk kegunaan yang lain (Badruzzaman, 2017).

Persediaan atau *inventory* dapat didefinisikan sebagai model yang diterapkan dalam pemecahan masalah dalam kegiatan berlangsung seperti usaha pengendalian bahan jadi, bahan setengah jadi maupun barang mentah. Model persediaan mempunyai karakteristik yaitu fokus solusi optimal digunakan sebagai jaminan bahwa biaya persediaan dapat seminimal mungkin (Handayani, 2019). Persediaan adalah sumber daya menganggur (*idle resources*) yang menunggu proses lebih lanjut. Yang dimaksud dengan proses lebih lanjut tersebut adalah berupa kegiatan produksi pada sistem manufaktur, kegiatan pemasaran

pada sistem distribusi ataupun kegiatan pangan pada sistem rumah tangga (Li, 2018). Timbulnya persediaan dalam suatu sistem, baik sistem manufaktur maupun non manufaktur adalah merupakan akibat dari 3 kondisi sebagai berikut:

1. Mekanisme pemenuhan atas permintaan (*transaction motive*).
2. Adanya keinginan untuk meredam ketidakpastian (*precautionary motive*).
3. Keinginan melakukan spekulasi yang bertujuan mendapatkan keuntungan besar dari kenaikan harga barang dimasa mendatang (Nadhif, *et al.*, 2018).

Pengendalian persediaan merupakan kumpulan kebijakan pengendalian dalam penentuan tingkat persediaan dimana hal tersebut harus tersedia dan dilakukan, setiap persahaan dalam produksinya membutuhkan jumlah atau tingkat persediaan yang bervariasi. Pengendalian persediaan merupakan fungsi manajerial yang sangat penting. Bila persediaan dilebihkan, biaya penyimpanan dan modal yang diperlukan akan bertambah. Bila perusahaan menanam terlalu banyak modalnya dalam persediaan, menyebabkan biaya penyimpanan yang berlebihan. Kelebihan persediaan juga membuat modal menjadi berhenti, semestinya modal tersebut dapat di investasikan pada sektor lain yang lebih menguntungkan (*opportunity cost*) (Ahmad, 2018).

Sebaliknya jika persediaan dikurangi, ketika barang mengalami kehabisan barang. Bila perusahaan tidak memiliki persediaan yang mencukupi, biaya pengadaan darurat akan lebih mahal. Dampak lain, mungkin kosongnya barang di pasaran dapat membuat konsumen kecewa dan lari ke merk lain (Sukarno, 2017). Persediaan perusahaan harus dilakukan supaya kegiatan operasional tetap bisa dilakukan tanpa harus menunggu ketersediaan input atau bahan baku dan kebutuhan lainnya. Berikut ini beberapa fungsi persediaan:

1. Fungsi *Decoupling*
Fungsi persediaan untuk mengadakan persediaan *decouple* dengan menggunakan pengelompokan operasional secara terpisah-terpisah.
2. Fungsi *Economic Size*
Persediaan dalam jumlah besar harus dilakukan dengan pertimbangan adanya diskon atas pembelian bahan, diskon atas kualitas dalam proses konversi, dan kapasitas gudang yang memadai.
3. Fungsi Antisipasi
Persediaan bahan yang fungsinya untuk penyelematan harus dilakukan jika terjadi keterlambatan datangnya pesanan bahan dari pemasok. Tujuan utama adalah untuk menjaga proses konversi agar tetap berjalan lancar (Han, *et al.*, 2021).

B. Metode *Lagrange Multiplier*

Metode *Lagrange Multiplier* adalah metode yang paling penting dan berguna untuk optimasi berdasarkan kalkulus. Hal ini dapat digunakan untuk mengoptimalkan fungsi yang bergantung pada sejumlah independen variabel dan ketika kendala fungsional terlibat (Manik, 2020), dengan demikian, dapat diterapkan untuk berbagai situasi praktis disediakan fungsi tujuan dan kendala dapat dinyatakan sebagai fungsi kontinu dan terdiferensialkan. Selain itu, kendala kesetaraan hanya dapat dipertimbangkan dalam proses optimasi (Hermanto dan Ardianto, 2020).

Permasalahan ini diformulasikan melalui model optimasi dengan pembatas dan penyelesaiannya menggunakan metode *Lagrange Multiplier*. Metode *Lagrange Multiplier* merupakan suatu sistem persediaan yang melibatkan banyak jenis barang ($n > 1$) dimana barang – barang tersebut akan disimpan disebuah gudang yang luas ruangnya terbatas (Rivai dan Widodo, 2019). Keterbatasan ini menunjukkan interaksi antara jenis-jenis barang yang berbeda dan dapat dimasukkan dalam model ini. Metode *Lagrange Multiplier* merupakan metode yang digunakan untuk mengoptimalkan biaya persediaan beserta kendala-kendala yang ada di Gudang (Astaiza, 2020). Sehingga perusahaan dapat mengatasi masalah-masalah maupun kebutuhan perusahaan dalam mengelola persediaannya yang di-

alami sehubungan dengan persediaan barang jadi (*finish good*) yang dimiliki, yakni: terjadinya penumpukan stok atau persediaan di gudang, memenuhi permintaan konsumen setiap waktu untuk menghindari terjadinya *out of stock* yang dapat berpindahya konsumen ke produk yang lain (Risena dan Nugroho, 2018). Selain itu, terjadinya penumpukan persediaan di gudang juga dikarenakan penetapan jumlah *safety stock* yang besar, yakni sebesar rata-rata penjualan untuk mengantisipasi terjadinya fluktuasi permintaan (Tanjung dan Juanita, 2017). Akibatnya ongkos simpan yang timbul menjadi relatif besar. Dalam penerapannya metode ini hanya mengacu kepada satu atau dua kendala (Saputra, *et al.*, 2020).

C. Peramalan

Bagian awal dari suatu proses pengambilan keputusan adalah melakukan peramalan, baik peramalan permintaan ataupun peramalan produksi, dimana sebelum melakukan peramalan harus diketahui terlebih dahulu persoalan yang terjadi guna mendapatkan keputusan yang optimal sesuai dengan kebutuhan (Pulansari dan Handoyo, 2017). Peramalan adalah pemikiran terhadap suatu besaran, misalnya permintaan terhadap satu atau beberapa produk pada periode yang akan datang. Peramalan dengan kata lain merupakan perkiraan yang ilmiah, setiap pengambilan keputusan yang menyangkut keadaan di masa yang akan datang, maka pasti ada peramalan yang melandasi pengambilan keputusan tersebut (Rochmoeljati dan Erlina, 2017). Peramalan merupakan suatu kegiatan memperkirakan atau memprediksikan kejadian dimasa yang akan datang tentunya dengan bantuan penyusunan rencana terlebih dahulu, dimana rencana ini dibuat berdasarkan kapasitas dan kemampuan permintaan/produksi yang telah dilakukan di perusahaan. Keadaan masa yang akan datang yang dimaksud adalah:

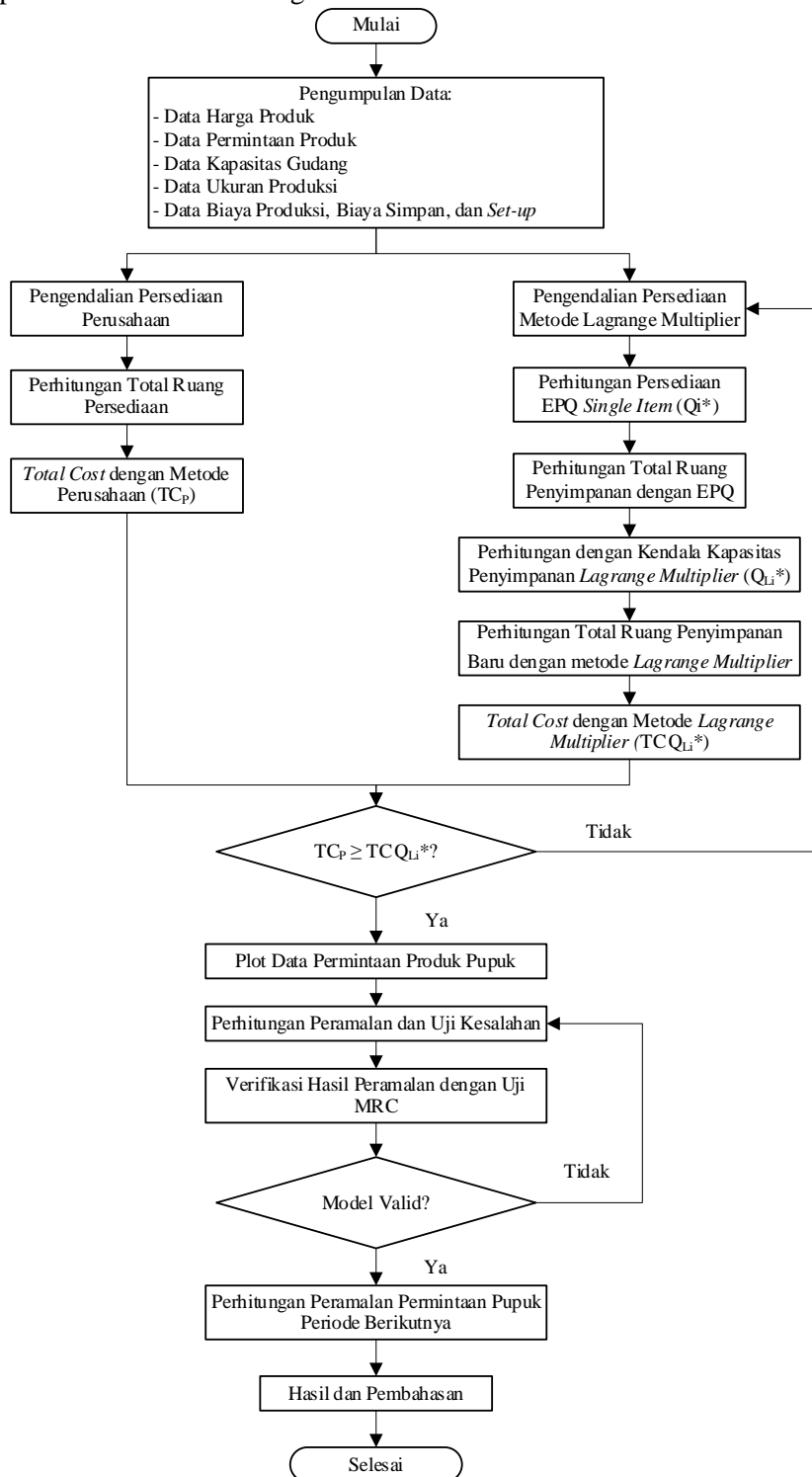
1. Apa yang dibutuhkan (jenis).
2. Berapa yang dibutuhkan (jumlah/ kuantitas).
3. Kapan dibutuhkan (waktu) (Sari, *et al.*, 2020).

Dalam kegiatan produksi, peramalan dilakukan untuk menentukan jumlah permintaan, dimana hal ini sangat sulit untuk diperkirakan secara tepat. Peramalan yang dibuat selalu diupayakan agar dapat meminimumkan pengaruh ketidakpastian ini terhadap sebuah permasalahan. Dengan kata lain peramalan harus bisa meminimumkan kesalahan peramalan (*forecast error*) yang dapat diukur dengan metode perhitungan *mean square error*, *mean absolute error*, dan sebagainya (Rachman, 2018).

Peramalan kegiatan produksi untuk menentukan jumlah permintaan terhadap suatu produk, yang biasanya dilakukan oleh departemen pemasaran yang nantinya akan diolah sehingga menghasilkan ramalan permintaan. Ramalan permintaan ini sebagai dasar untuk melakukan perencanaan dan pengendalian produksi. Informasi dari ramalan permintaan diteruskan ke bagian PPIC (*Production Planning and Inventory Control*). Dari sinilah PPIC akan memisahkan permintaan yang sudah pasti dengan pesanan-pesanan yang belum pasti. Tujuan peramalan dalam kegiatan produksi adalah untuk meredam ketidakpastian, sehingga diperoleh suatu perkiraan yang mendekati keadaan yang sebenarnya (Sanjaya, 2018).

III. METODE PENELITIAN

Dalam pengendalian persediaan pupuk dengan metode *Lagrange Multiplier* ini melalui tahapan pemecahan masalah sebagai berikut.



Gambar 1. Langkah-Langkah Pemecahan Masalah

Penelitian diawali dengan mengumpulkan data dan informasi yang diperlukan perusahaan untuk memecahkan masalah. Data-data yang dibutuhkan antara lain, data harga masing-masing produk, data permintaan produk, data kapasitas gudang, data ukuran produksi, dan

data biaya-biaya persediaan dan produksi. Kemudian membandingkan data rill perusahaan dengan metode usulan *lagrange multiplier*. Adapun tahapan metode *lagrange multiplier* adalah menghitung persediaan tanpa kendala kapasitas dengan mengetahui volume produksi menggunakan *Economic Production Quantity (EPQ) Single Item*. Menghitung total ruang penyimpanan baru EPQ. Menghitung persediaan dengan kendala kapasitas penyimpanan. Menghitung total ruang penyimpanan baru. Menghitung total cost untuk mengetahui besarnya biaya persediaan yang dihasilkan dari metode *Lagrange Multiplier*. Selanjutnya membandingkan *total cost* antara perhitungan perusahaan dengan metode usulan. apabila *total cost* metode usulan tidak lebih kecil maka dilakukan perhitungan ulang dengan metode usulan. Membuat plot data permintaan tiap produk pupuk. Perhitungan peramalan dan uji kesalahan. verifikasi hasil peramalan dengan uji *moving range chart* dan memilih metode peramalan yang tepat.

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Pengumpulan Data

Pengumpulan data dilakukan dengan cara pengamatan langsung pada Gudang Phosfat I atau PF I PT. XYZ. Selain pengukuran langsung, data juga diperoleh dari data historis dan dokumen perusahaan seperti data permintaan produk, kecepatan produksi serta biaya-biaya persediaan. Setelah data-data tersebut sudah terkumpul, maka selanjutnya akan dilakukan pengolahan data. Data peramalan yang digunakan adalah data tahun 2019 dikarenakan pada saat penelitian berlangsung data permintaan produk tahun 2020 belum dirilis. Berdasarkan permintaan masing-masing produk, berikut adalah data permintaan pupuk pada bulan Januari 2019 – Desember 2019 yang ditampilkan pada tabel I.

TABEL I
DATA PERMINTAAN PRODUK PUPUK BULAN JANUARI-DESEMBER 2019

Periode 2019	Pupuk Phonska (Ton)	Pupuk SP-36 (Ton)
Januari	42.103	46.565,5
Februari	35.100	41.518
Maret	35.634	43.346
April	36.557	36.676,5
Mei	37.731	33.875
Juni	29.934	42.850
Juli	33.675	37.978,1
Agustus	34.925	32.046
September	29.229,5	30.458,5
Oktober	30.641	27.831
November	32.522	28.220,5
Desember	17.673	32.042
Total	395.724,5	433.407,1

PT. XYZ memproduksi produk pupuknya dengan waktu siklus 6 kali yang dilakukan dalam satu tahun. Lintasan produksi yang menuju Gudang Phosfat I adalah 2 lintasan yang memuat produk pupuk Phonska dan SP-36. Diketahui bahwa satu kantong berisi 50 kg pupuk. Kecepatan produksi per bulan pada tahun 2019 untuk tiap produk dapat dilihat pada tabel II.

TABEL II
DATA JUMLAH PRODUKSI PUPUK PER BULAN GUDANG PF I PERIODE 2019

Periode 2019	Pupuk Phonska	Pupuk SP-36
Januari	156.277,50	47.745,00
Februari	101.872,50	39.670,50
Maret	160.161,00	44.842,50
April	130.584,00	39.648,00
Mei	141.975,00	47.658,00
Juni	109.129,50	34.926,00
Juli	107.175,00	38.335,50
Agustus	102.916,50	45.013,50
September	117.996,00	45.667,50
Oktober	149.586,00	44.530,50
November	100.578,00	24.673,50
Desember	120.078,50	26.208,00
Total	1.498.329,50	478.918,50

Gudang Phosfat I diketahui memiliki luas 12.446 m². Dengan kapasitas palet maksimum yang dapat dimuat digudang tersebut adalah 16.267 unit *pallet*. Diketahui muat gudang menggunakan pallet adalah 24.400 ton produk pupuk. Sehingga volume kapasitas gudang muat produk adalah 29.280 m³.

B. Pengolahan Data

Semua data yang telah dikumpulkan selanjutnya akan diolah menggunakan metode *Lagrange Multiplier*, dengan tahapan sebagai berikut.

1. Pengendalian Persediaan Metode Perusahaan Periode 2019

Pengolahan data pengendalian persediaan metode perusahaan dilakukan dengan menghitung total ruang persediaan lalu menghitung *total cost* yang dihasilkan.

Dari hasil perhitungan total ruang persediaan dengan menggunakan metode perusahaan, diperoleh hasil sebesar 197.724,80 m³ dimana hasil tersebut melebihi kapasitas gudang Phospat I yang menampung memiliki kapasitas gudang 29.280 m³, sehingga terjadi *over-stock* produk. Langkah berikutnya yaitu melakukan perhitungan *total cost* metode perusahaan, maka *total cost* perusahaan dapat dihitung dan dijabarkan dalam tabel III.

TABEL III
PERHITUNGAN *TOTAL COST* DENGAN METODE PERUSAHAAN 2019

Produk	Jumlah Produksi/Thn (Q)	Biaya Produksi/Ton (P)	Banyaknya <i>Set-up</i> /Thn (n)	Biaya/ <i>Set-up</i> (C)	Laju Produksi (p)	Permintaan Tahunan (R)	Laju Permintaan (r)	Biaya Simpan (H)
Phonska	1.498.329,50	Rp 2.500.000	6 kali	Rp 500.000,00	4.162,03	395.724,5	1.099,23	Rp 684.000
SP-36	478.918,50	Rp 2.000.000	6 kali	Rp 400.000,00	1.330,33	433.407,1	1.203,91	Rp 480.000

Total Cost Perusahaan (TC_P) = Biaya Produksi + Biaya set-up + Biaya Simpan

$$TC_P = (Q \times P) + (n \text{ Set Up} \times C) + \left(\frac{(Q \times H \times (p-r))}{2p} \right)$$

- Phonska = $(1.498.329,50 \times 2.500.000) + (6 \times 500.000.000) + \left(\frac{1.498.329,50 \times 684.000 \times (4.162,03 - 1.099,23)}{2 \times 4.162,03} \right)$
= 3.745.823.750.000 + 3.000.000.000 + 377.091.608.822,91
= Rp 4.125.915.358.822,91
- SP-36 = $(478.918,50 \times 2.000.000) + (6 \times 400.000.000) + \left(\frac{478.918,50 \times 480.000 \times (1.330,33 - 1.203,91)}{2 \times 1.330,33} \right)$
= 957.837.000.000 + 2.400.000.000 + 10.922.681.157,91
= Rp 971.159.681.157,91

Total Cost Perusahaan (TC_P) = Phonska + SP-36

$$= 4.125.915.358.822,91 + 971.159.681.157,91$$

$$= \text{Rp } 5.097.075.039.980,81$$

2. Pengendalian Persediaan Metode *Lagrange Multiplier*

Setelah mengetahui pengendalian persediaan metode perusahaan, maka selanjutnya menghitung pengendalian persediaan Metode *Lagrange Multiplier*. Pengendalian persediaan metode *lagrange multiplier* diawali dengan menghitung persediaan tanpa kendala, apabila hasil yang diperoleh belum optimal maka dilanjutkan dengan perhitungan persediaan menggunakan kendala.

a. Perhitungan Total Gudang Persediaan Tanpa Kendala EPQ *Single Item* (Q^*)

Tahapan dimulai dengan menghitung persediaan tanpa kendala dengan menggunakan metode *Lagrange Multiplier*, maka didapatkan hasil sebagai berikut :

$$\text{EPQ Phonska} = 28.038,95 \text{ ton}$$

$$\text{EPQ SP-36} = 87.185,48 \text{ ton}$$

b. Perhitungan Total Gudang Persediaan EPQ Tanpa Kendala

Berdasarkan data kapasitas gudang dan perhitungan Q^* menggunakan EPQ, maka dapat dihitung total gudang persediaan baru tanpa kendala sebagai berikut:

$$\text{Total ruang penyimpanan } (E) = \sum_{i=1}^n w \times Q^*$$

$$\text{Pupuk Phonska} = 33.646,74 \text{ m}^3$$

$$\text{Pupuk SP-36} = 104.622,58 \text{ m}^3$$

Sehingga total gudang persediaan EPQ tanpa kendala adalah:

$$\sum_{i=1}^n w \times Q^* \leq W$$

$$33.646,74 \text{ m}^3 + 104.622,5 \text{ m}^3 \leq 29.280 \text{ m}^3$$

$$138.269,32 \text{ m}^3 \geq 29.280 \text{ m}^3$$

Berdasarkan perhitungan di atas diperoleh total gudang persediaan baru sebesar $138.269,32 \text{ m}^3$. Nilai tersebut masih belum optimal karena produksi yang dilakukan melebihi kapasitas gudang Phosfat I PT. XYZ.

c. Perhitungan dengan Kendala Kapasitas Persediaan *Lagrange Multiplier* (Q_{Li})

Setelah menghitung total gudang persediaan dengan EPQ, selanjutnya menghitung persediaan dengan kendala menggunakan metode *Lagrange Multiplier*. Maka perhitungan Q metode *Lagrange Multiplier*, dapat dihitung volume produksi optimal (Q_{Li}^*) sebagai berikut:

$$Q_{Li}^* \text{ Phonska} = 5.937,5 \text{ ton}$$

$$Q_{Li}^* \text{ SP-36} = 18.462,4 \text{ ton}$$

$$\text{Jumlah Produksi } \textit{Lagrange Multiplier} (Q_{Li}^*) = Q_{Li}^* \text{ Phonska} + Q_{Li}^* \text{ SP-36}$$

$$= 5.937,5 \text{ ton} + 18.462,4 \text{ ton}$$

$$= 24.399,9 \text{ ton}$$

d. Perhitungan Total Gudang Persediaan Baru dengan Metode *Lagrange Multiplier*

Berdasarkan hasil Q_{Li}^* di atas, dan data kapasitas gudang maka dapat dihitung total gudang persediaan baru dengan Q_{Li}^* sebagai berikut:

$$\text{Total ruang penyimpanan } (E) = \sum_{i=1}^n w \times Q_{Li}$$

$$\text{Phonska} = 7.125 \text{ m}^3$$

$$\text{SP-36} = 22.154,8 \text{ m}^3$$

Sehingga total gudang persediaan *Lagrange Multiplier* adalah:

$$\sum_{i=1}^n w \times Q_{Li}^* \leq W$$

$$7.125 \text{ m}^3 + 22.154,8 \text{ m}^3 \leq 29.280 \text{ m}^3$$

$$29.279 \text{ m}^3 \leq 29.280 \text{ m}^3$$

Berdasarkan perhitungan diatas diperoleh total gudang persediaan baru dengan *Lagrange Multiplier* sebesar 29.279 m^3 . Dengan jumlah kuantitas produksi *Lagrange Multiplier* sebesar 24.399 ton produk. Nilai tersebut sudah mencapai kondisi yang optimal karena produksi yang dilakukan tidak melebihi kapasitas gudang Phosfat I PT. XYZ.

e. *Total Cost* dengan Metode *Lagrange Multiplier*

Setelah menghitung total gudang persediaan baru dengan menggunakan metode *Lagrange Multiplier*, selanjutnya menghitung *total cost* metode *Lagrange Multiplier* berdasarkan data permintaan tahunan, permintaan perhari, biaya produksi, laju produksi perhari, serta biaya simpan dan hasil perhitungan dengan kendala kapasitas persediaan Q_{Li} . Maka *total cost* metode *Lagrange Multiplier* dapat dihitung pada tabel IV.

TABEL IV

PERHITUNGAN *TOTAL COST* DENGAN METODE *LAGRANGE MULTIPLIER*

Produk	Permintaan Tahunan (R)	Biaya Produksi/Ton (P)	Laju Produksi (p)	Laju Permintaan (r)	Biaya Simpan (H)	Jumlah Produksi (Q_{Li}^*)
Phonska	395.724,5	Rp 2.500.000	4.162,03	1.099,23	Rp 684.000	5.937,5
SP-36	433.407,1	Rp 2.000.000	1.330,33	1.203,91	Rp 480.000	18.462,4

$$\text{Total Cost Metode Lagrange Multiplier} = (R P + \frac{(p-r) H Q_{Li}}{p})$$

Phonska = Rp 992.299.886.915,516

SP-36 = Rp 867.647.220.116,69

Total Cost Metode Lagrange Multiplier (TC Q_{Li}^*) = Phonska + SP-36

TC Q_{Li}^* = Rp 992.299.886.915,516 + Rp 867.647.220.116,69

TC Q_{Li}^* = Rp 1.859.947.107.031,85

3. Perbandingan Hasil Total Biaya Persediaan

Setelah melakukan perhitungan kuantitas produksi dari metode perusahaan dan metode *lagrange multiplier*, maka hasil total biaya persediaan yang diperoleh dapat dilakukan perbandingan. Tabel di bawah ini menunjukkan perbandingan antara total biaya persediaan yang diperoleh dari nilai persediaan yang dilakukan perusahaan dengan nilai persediaan usulan metode *Lagrange Multiplier* pada tabel V.

TABEL V
PERBANDINGAN TOTAL BIAYA PERSEDIaan METODE PERUSAHAAN DENGAN METODE LAGRANGE MULTIPLIER

Total Biaya Persediaan Perusahaan	Total Biaya Persediaan Metode <i>Lagrange Multiplier</i>
Rp 5.097.075.039.980,81	Rp 1.859.947.107.031,85

Langkah selanjutnya adalah menghitung perbandingan dan penghematan yang dihasilkan. Adapun perhitungannya adalah sebagai berikut:

$$\text{Penghematan} = \frac{\text{Rp } 5.097.075.039.980,81 - \text{Rp } 1.859.947.107.031,85}{\text{Rp } 5.097.075.039.980,81} \times 100\% = 63,51\%$$

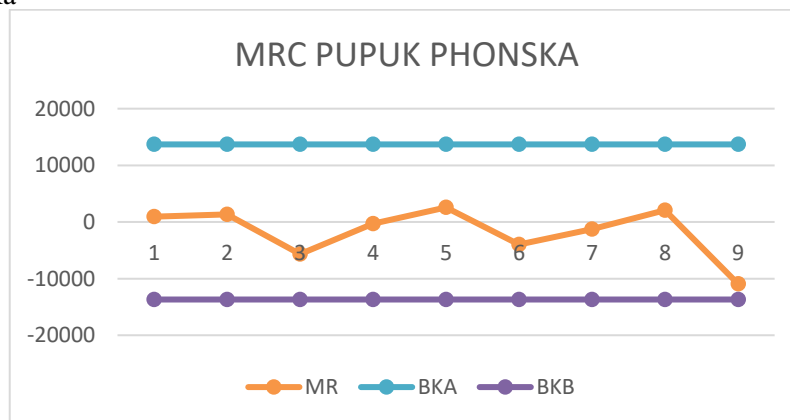
Dari tabel diatas, *total cost* perusahaan Rp 5.097.075.039.980,81 dan *total cost* metode *Lagrange Multiplier* Rp 1.859.957.263.886,68 sehingga memperoleh penghematan sebesar Rp 3.237.127.932.948,96 atau 63,51%. Sehingga dapat disimpulkan bahwa metode *Lagrange Multiplier* dapat menghasilkan solusi *total cost inventory* yang lebih minimal dari *total cost* perusahaan.

4. Peramalan Permintaan Produk tahun 2021

Perhitungan peramalan permintaan produk pupuk phonska dan SP-36 dilakukan menggunakan *software* WinQSB dengan menggunakan *Metode Single Exponential Smoothin*.

Berikut ini merupakan verifikasi peramalan untuk keseluruhan produk yang ditunjukkan oleh gambar 2 dan 3.

- Phonska

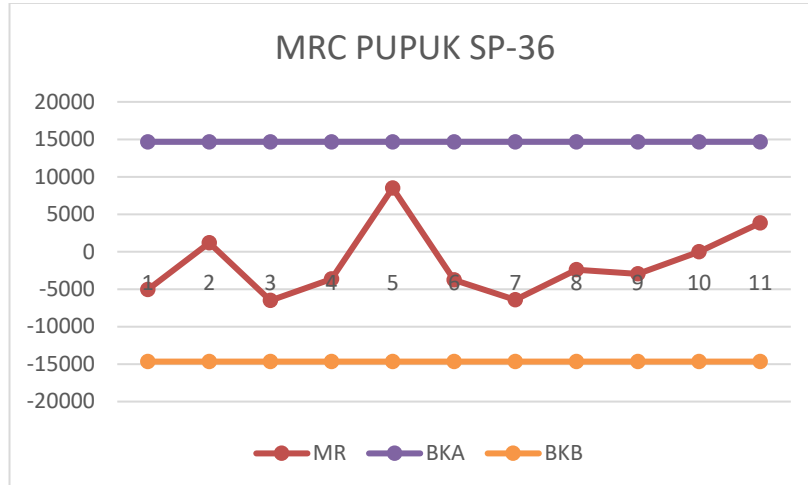


Gambar 2. *Moving Range Chart* Phonska

Analisa:

Dari gambar 1 diatas, didapatkan batas kontrol atas (BKA) sebesar 13690,54 dan batas kontrol bawah (BKB) sebesar -13690,54. Dengan nilai *moving range* produk pupuk sebesar 953,45; 1315,12; -5666,55; -319,35; 2558,72; -3974,45; -1277,02; 2078,82; -0940,69. Sehingga tidak ada nilai *moving range* yang melebihi batas kontrol atas (BKA) maupun batas kontrol bawah (BKB). Sehingga data dapat dinyatakan terkontrol.

- SP-36



Gambar 3. Moving Range Chart SP-36

Analisa:

Dari gambar 3 diatas, didapatkan batas kontrol atas (BKA) sebesar 14665,36 dan batas kontrol bawah (BKB) sebesar -14665,36. Dengan nilai *moving range* produk pupuk sebesar -5047,5; 1171,8; -6517; -3648,7; 8500,6; -3766,8; -6421,7; -2422,3; -2942,4; 6,987; 3822,4. Sehingga tidak ada nilai *moving range* yang melebihi batas kontrol atas (BKA) maupun batas kontrol bawah (BKB). Setelah mengetahui hasil dari uji *Moving Range Chart* dari masing-masing produk, langkah selanjutnya adalah penetapan hasil peramalan permintaan masing-masing produk. Sehingga hasil penetapan peramalan tersebut dapat dilihat pada tabel VI.

TABEL VI
PERAMALAN PUPUK PERIODE JANUARI 2021-DESEMBER 2021

Bulan	Produk Pupuk (ton)	
	Phonska	SP-36
Jan	28613,69	31.545,08
Feb	28613,69	31.545,08
Mar	28613,69	31.545,08
Apr	28613,69	31.545,08
Mei	28613,69	31.545,08
Jun	28613,69	31.545,08
Jul	28613,69	31.545,08
Ags	28613,69	31.545,08
Sep	28613,69	31.545,08
Okt	28613,69	31.545,08
Nov	28613,69	31.545,08
Des	28613,69	31.545,08
Total	323.364,28	378.540,96

5. Perencanaan Pengendalian Persediaan dengan *Lagrange Multiplier* Periode Januari - Desember 2021

Biaya peramalan bagi perusahaan dengan menggunakan metode *Lagrange Multiplier* dihitung berdasarkan hasil peramalan, biaya produksi, laju produksi perhari, serta biaya simpan dan hasil perhitungan dengan kendala kapasitas persediaan Q_L pada poin. Maka *total cost* metode *Lagrange Multiplier* dapat dihitung pada tabel VII.

TABEL VII
PERHITUNGAN *TOTAL COST* DENGAN METODE *LAGRANGE MULTIPLIER*

Produk	Permintaan Tahunan (R)	Biaya Produksi/Ton (P)	Laju Produksi (p)	Laju Permintaan (r)	Biaya Simpan (H)	Jumlah Produksi (Q_{Li}^*)
Phonska	323.343,96	Rp 2.500.000	4.162,03	898,17	Rp 684.000	7.543,37
SP-36	378.540,96	Rp 2.000.000	1.330,33	1051,5	Rp 480.000	16.856,56

$$Total\ Cost\ Metode\ Lagrange\ Multiplier\ 2021 = (R\ P + \frac{(p-r)\ H\ Q_{Li}}{p})$$

$$Phonska = Rp\ 812.156.880.777,25$$

$$SP-36 = Rp\ 757.850.814.207,68$$

$$Total\ Cost\ Metode\ Lagrange\ Multiplier\ 2020\ (TC\ Q_{Li}^*) = Phonska + SP-36$$

$$TC\ Q_{Li}^* = Rp\ 812.456.857.193,08 + Rp\ 758.777.764.973,52$$

$$TC\ Q_{Li}^* = Rp\ 1.571.234.622.166,52$$

C. Pembahasan

Adapun hasil dan pembahasan dari penelitian yang telah dilakukan adalah sebagai berikut, PT. XYZ selama ini melakukan persediaan produk pupuk Phonska dan pupuk SP-36 menggunakan metode perusahaan memiliki total gudang persediaan sebesar 197.724,80 m³ dimana hasil tersebut melebihi kapasitas gudang Phosfat I yaitu sebesar 29.280 m³, sehingga terjadi keadaan *over stock* pada gudang produk jadi. Sehingga total biaya persediaan tahunan sebesar Rp 5.097.075.039.980,81 dengan jumlah produksi perbulannya untuk pupuk phonska adalah 124.860,79 ton dan untuk pupuk SP-36 seberat 39.909,88 ton.

Perhitungan menggunakan metode *Economic Production Quantity* (EPQ) diperoleh total gudang persediaan baru sebesar 138.269,32 m³ dengan volume produksi pupuk phonska 28.038,95 ton dan SP-36 87.185,48 ton. Nilai tersebut menunjukkan kondisi tidak optimal karena volume produksi yang dilakukan melebihi dari kapasitas gudang yang dimiliki PT. XYZ yaitu sebesar 29.280 m³. Maka penyelesaiannya dilanjutkan ke metode *Lagrange Multiplier*.

Pengendalian persediaan PT. XYZ menggunakan metode *Lagrange Multiplier* diperoleh total gudang persediaan baru sebesar 29.279 m³, Nilai tersebut menunjukkan kondisi yang optimal karena volume produksi yang dilakukan tidak melebihi kapasitas gudang PF I yaitu sebesar 29.280 m³. Selanjutnya diperoleh hasil perhitungan total *cost* metode *Lagrange Multiplier*, total biaya persediaan baru yaitu sebesar Rp 1.859.947.107.031,85 dengan volume produksi optimal yaitu 5.937,5 ton untuk pupuk phonska dan 18.462,4 ton untuk SP-36. Hasil perhitungan tersebut menghasilkan total gudang persediaan terpakai sebesar 29.279 m³. Sehingga total gudang yang tersedia mampu menampung volume produksi yang dihitung menggunakan metode *Lagrange Multiplier*. Dengan penghematan metode *Lagrange Multiplier* untuk total biaya persediaan tahunan sebesar 63.5 % atau sebesar Rp 3.237.127.932.948,96.

KESIMPULAN

Kesimpulan yang dapat ditarik berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan yaitu, perhitungan kuantitas produksi secara optimal dengan menerapkan metode *Economic Production Quantity* (EPQ) diperoleh hasil total gudang persediaan sebesar 138.269,32 m³ dengan volume produksi pupuk phonska 28.038,95 ton dan SP-36 87.185,48 ton. Nilai tersebut menunjukkan kondisi yang belum optimal karena volume produksi yang dilakukan melebihi dari kapasitas gudang Phosfat I PT. XYZ yaitu sebesar 29.280 m³.

Pengendalian persediaan PT. XYZ menggunakan metode *Lagrange Multiplier* diperoleh total gudang persediaan baru sebesar 29.279 m³. Nilai tersebut menunjukkan kondisi yang optimal karena volume produksi yang dilakukan tidak melebihi kapasitas gudang PF I yaitu sebesar 29.280 m³, dengan volume produksi optimal yaitu 5.937,5 ton untuk pupuk phonska dan 18.462,4 ton untuk SP-36. Hasil perhitungan *total cost* metode

Lagrange Multiplier dengan metode perusahaan, menghasilkan total biaya persediaan baru yaitu sebesar Rp 1.859.947.107.031,85. Sedangkan total biaya persediaan perusahaan tahunan sebesar Rp 5.097.075.039.980,81. Penghematan metode *Lagrange Multiplier* untuk total biaya persediaan tahunan sebesar 63.5 % atau sebesar Rp 3.237.127.932.948,96

PUSTAKA

- Ahmad, Gatot Nazir. 2018. Manajemen Operasi. Bumi Aksara: Jakarta.
- Astaiza-Gomez, G. J. (2020). Lagrange multiplier tests in applied research. *Journal de Ciencia e Ingeniería*, 12(1), 13-19.
- Badruzzaman, Farid H. 2017. Analisis Jumlah Produksi Kerudung Pada RAR Azkia Bandung Dengan Metode Economic Production Quantity (EPQ). *Jurnal Matematika* Vol.16 No.2 Desember 2017. Hal 1-8.
- Eunike, A. (2018). Perencanaan produksi dan pengendalian persediaan. Universitas Brawijaya Press.
- Han, D., Tang, Q., Zhang, Z., Yuan, L., Rakovitis, N., Li, D., & Li, J. (2021). An Efficient Augmented Lagrange Multiplier Method for Steelmaking and Continuous Casting Production Scheduling. *Chemical Engineering Research and Design*, 168, 169-192.
- Handayani, Y. (2019). Usulan sistem pengendalian persediaan bahan baku dengan kendala kapasitas gudang pada PT. Indonesia Toray Synthetics. SKRIPSI-2008.
- Hermanto, D., & Ardianto, F. (2020). Operasi Ekonomis Pembangkit Listrik Tenaga Gas (PLTG) Keramasan Dengan Metoda Pendekatan Lagrange Multiplier. *Jurnal Surya Energy*, 4(2), 381-390.
- Li, M. (2018). Generalized Lagrange multiplier method and KKT conditions with an application to distributed optimization. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 66(2), 252-256.
- Manik, T. M. (2020). Analysis of Lagrange Function Characteristics in Solving Constrained Optimization Problems. *International Journal of Basic and Applied Science*, 9(2), 45-48.
- Nadhif, A., Pulansari, F., & Sunardi, S. (2018). Optimalisasi Inventory Management Produk Jadi Dengan Menggunakan Analisis Abc (Always Better Control) Dan Metode Lagrange Multiplier Di PT. SDN SURABAYA. *Tekmapro: Journal of Industrial Engineering and Management*, 13(1), 29-40.
- Pulansari, F., & Handoyo, H. (2017). Engendalian Persediaan Bahan Baku Semen Dengan Metode Lagrange Multiplier Di PT. Semen Gresik Plant Tuban. *Tekmapro: Journal of Industrial Engineering and Management*, 12(1), 81-94.
- Rachman, A. Y. (2018). Usulan Penerapan Eoq Model Lagrange Multiplier Untuk Menentukan Kuantitas Order Yang Ekonomis Pada Bahan Baku Tepung Di Erlina Firdaus Dengan Keterbatasan Investasi Modal Dan Luas Gudang (Doctoral dissertation, Universitas Muhammadiyah Gresik).
- Risena, A., & Nugroho, A. (2018). Analisis Penjadwalan Unit Pembangkit Termis Dengan Metode Lagrange Multiplier (Studi Kasus di PLTU Tanjung Jati B). *Transient: Jurnal Ilmiah Teknik Elektro*, 7(2), 374-379.
- Rivai, M. A., & Widodo, U. (2019). Pengendalian Persediaan Bahan Baku Kemasan Semen Dengan Metode Lagrange Multiplier (Studi Kasus: PT. X). *Jurnal Ilmiah Dinamika Teknik*.
- Rochmoeljati, R., & Erlina, E. (2017). Analisis Pengendalian Persediaan Gudang Produk Kimia Dengan Pendekatan Metode Lagrange Multiplier di PT. Mulia Agung Chemindo. *Tekmapro: Journal of Industrial Engineering and Management*, 12(2), 79-89.
- Sanjaya, D. A. (2018). Analisis Perbaikan Forecast Penjualan Dan Perencanaan Produksi Pada Pengendalian Persediaan Produk Atap Gelombang Harflex Di Pt. Bakrie Building Industries (Doctoral dissertation, Universitas Mercu Buana Jakarta).
- Saputra, D. R., Donoriyanto, D. S., & Rahmawati, N. (2020). Analisis Pengendalian Bahan Baku Sandal Karakter Untuk Meminimasi Total Biaya Persediaan Dengan Menggunakan Metode Lagrange Multiplier Di CV. Manik Moyo Sidoarjo. *Juminten*, 1(5), 61-72.
- Sari, J. P., Ilmi, Z., & Adhimursandi, D. (2020). Analisis pengendalian persediaan produk elektronik. *Jurnal Ilmu Manajemen Mulawarman (JIMM)*, 4(1).
- Sukarno, I. (2017). Menentukan Nilai Lagrange Multiplier Pada Persoalan Persediaan Dengan Kendala Kapasitas Gudang (Doctoral dissertation, Fakultas Teknik).
- Tanjung, W. N., & Juanita, T. (2017). Optimasi Penyusunan Anggaran Penjualan Menggunakan Lagrange Multiplier. *Jurnal Al-Azhar Indonesia Seri Sains dan Teknologi*, 3(1), 10-22.